

# 离子推力器极少数据可靠性评估方法

李军星, 张勇波, 傅惠民, 王治华

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

**摘 要:** 针对只有两台离子推力器进行寿命试验, 试验结果为极少失效数据的情况, 建立了一种离子推力器整机可靠性评估方法. 通过引入区间统计量的概念, 充分开发从最后一个失效数据继续试验到没有发生产品失效这一重要试验信息, 由高斯-马尔科夫定理计算出寿命分布参数的最佳线性无偏估计, 并给出离子推力器可靠度和寿命的单侧置信下限. 最后, 对美国 NASA 研制的型号为 XIPS-13 的离子推力器进行可靠性评估, 得出了其寿命需求 10000h 的可靠度单侧置信下限为 0.87 及给定可靠度为 0.9 时的寿命单侧置信下限为 9024.6h, 该方法精度较高, 便于工程应用.

**关 键 词:** 离子推力器; 可靠性评估; 极少失效数据; 区间统计量; Weibull 分布

**中图分类号:** V474.2; TB301; O211

**文献标志码:** A

## Reliability evaluation method of ion thruster with very few failure data

LI Jun-xing, ZHANG Yong-bo, FU Hui-min, WANG Zhi-hua

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** A reliability evaluation method of ion thruster was established under the situation that only two ion thrusters were tested and the results were represented by very few failure data. Meanwhile, the significant test information from the last failure data test to non-occurrence of failure was fully developed by introducing the concept of interval statistic. Best linear unbiased point estimator of the life distribution parameters was calculated by using Gauss-Markov theorem. And then the one-side lower confidence limits of reliability and life were given. At last, while evaluating the reliability of NASA's XIPS-13 ion thrusters, the one-side lower confidence limits of the reliability with the demanding lifetime 10000h was 0.87 and the one-side lower confidence limits of the lifetime with a given reliability 0.9 was 9024.6h. It demonstrates that this method has high accuracy and can be easily applied in engineering.

**Key words:** ion thruster; reliability evaluation; very few failure data; interval statistic; Weibull distribution

离子推力器是电推进分系统的重要组成部分, 与传统化学推力器相比具有高比冲、高效率、推力小的特点, 可以用来执行南北位保、轨道提升

及深空探测等空间任务. 由于离子推力器推力比较小, 这就要求必须运行较长的时间才能达到总冲量的要求. 因此, 离子推力器作为长寿命设备

**收稿日期:** 2014-04-08

**基金项目:** 国家自然科学基金(11501022); 北京市自然科学基金(3154034)

**作者简介:** 李军星(1990—), 男, 河南驻马店人, 博士生, 从事小样本可靠性评估、寿命预测、性能退化分析.

**通讯作者:** 张勇波(1984—), 男, 四川隆昌人, 讲师, 博士, 从事小样本可靠性评估、寿命预测、加速试验技术及复合材料力学与失效分析研究.

一般要求能够在轨可靠运行数千小时甚至上万小时<sup>[1]</sup>,所以对离子推力器服役寿命的可靠性分析具有重要意义。

为了评估离子推力器的寿命可靠性,需要进行地面寿命试验。目前,美国 NASA 的 30 cm NSTAR 推力器地面寿命扩展试验累计时间达到 30 352 h<sup>[2]</sup>,我国的 LIPS-200 离子推力器的寿命要求为 10 000~15 000 h,但是由于离子推力器的制造成本昂贵,同时受试验条件的制约,每次只能 1~2 台进行试验<sup>[3]</sup>,导致可靠性评估试验子样有限,同时受到研制任务紧迫的影响,其寿命试验往往无法长时间地进行,试验结果多为无失效数据或极少失效数据。对于这种试验信息量非常有限的情况,可靠性评估难度较大。目前,国内外研究主要是通过经验公式来对其关键部件的可靠性评估,比如加速栅<sup>[4-5]</sup>、空心阴极<sup>[6-7]</sup>等。但这种方法并不能反映离子推力器整机的可靠性。

本文在只有两台离子推力器进行寿命试验,试验结果为极少失效数据的情况下,建立了一种离子推力器整机可靠性评估方法,本文将在区间统计量的基础上,充分开发从最后一个失效数据继续试验到没有发生产品失效这一重要试验信息,并计算出寿命分布参数的最佳线性无偏点估计,最后给出可靠性指标。

## 1 氙离子推力器工作原理

氙离子推力器是电推进的一种。利用介质氙气体电离生成带电离子,在静电场的作用下加速喷出,产生推力,所以又称静电推进。离子推力器比冲高,能大量节省推进剂。所以,在采用化学推进需要推进剂太多,或航天器上不宜使用化学推进的情况下,用离子推进代替,可大幅度提高有效载荷的比例。目前,已实现的用途主要有卫星的南北位置保持、轨道转移、深空探测等。电推进的推力小,为了获得一定的速度增量,推力器的工作时间必须很长。因此,对电推进的长寿命和高可靠的要求比化学推进严格得多。

氙离子推力器的基本组件有空心阴极、放电室、栅极系统和中和器等<sup>[1]</sup>,如图 1 所示。在离子源内由空心阴极发射的电子碰撞推进剂原子使之电离,进入放电室,工作介质氙气体在空心阴极发射的电子作用下在离子腔内离子化,被电离了的离子被含有电势差的离子光学系统(屏栅和加速栅)加速下以非常高的速度喷出使推力器产生推力。离子被加速到所要求的排气速度后,由于物质

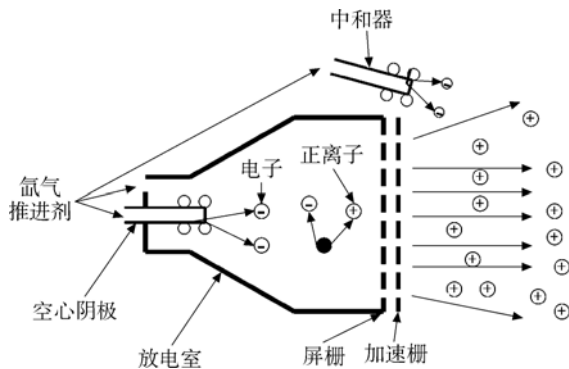


图 1 离子推力器工作原理图

Fig. 1 Ion thruster fundamental diagram

是以离子形式喷出,携带净正电荷,中和器将发射等量的电子到离子束中确保电荷均衡。

## 2 离子推力器极少失效数据可靠性评估

### 2.1 寿命分布模型的确定

离子推力器结构复杂,失效模式多,影响离子推力器寿命的关键部组件为栅极系统和阴极组件,其主要失效模式有电子返流、加速栅结构失效、发射体耗尽、加热丝熔断和触持极磨损等<sup>[8]</sup>,其中任何一个薄弱部位失效都将导致整个离子推力器的失效。由于 Weibull 分布是根据最薄弱环节模型或串联模型得到的,能充分反映材料缺陷、磨损和疲劳寿命的影响。大量实践证明,凡是因为某一局部失效或故障就会引起整机停止运行的元器件、设备等的寿命都可以看作或近似看作 Weibull 分布。

同时,已有大量文献利用 Weibull 分布<sup>[9-11]</sup>对离子推力器及其部组件的可靠性进行分析。因此,本文假设离子推力器的寿命服从两参数 Weibull 分布,分布函数如下:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right], \quad t > 0 \quad (1)$$

式中  $\alpha$  为形状参数,反映了寿命的分散性; $t$  为寿命失效时间; $\beta$  为特征寿命即位置参数。

令  $Y = \ln t$ , 且有

$$\sigma = 1/\alpha, \quad \mu = \ln \beta \quad (2)$$

则  $Y$  服从极值分布,其分布函数为

$$F(y) = 1 - \exp\left[-\exp\left\{\frac{y - \mu}{\sigma}\right\}\right] \quad (3)$$

### 2.2 分布参数估计

#### 2.2.1 区间统计量定义

定义 1<sup>[12]</sup> 设  $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_n$  是来自分布

$F(y)$  的大小为  $n$  的样本的顺序统计量, 若  $Y_i^*$  满足公式(4)

$$Y_i < Y_i^* < Y_{i+1} \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

其中  $Y_0 = -\infty$ ,  $Y_{n+1} = +\infty$ .

则称  $Y_i^*$  为第  $i$  个区间统计量.  $Y_i^*$  可以位于区间  $(Y_i, Y_{i+1})$  中的任意一点.

### 2.2.2 分布参数估计

设有  $n$  台离子推力器进行地面寿命验证试验, 到截止时间  $t^*$ , 共有  $r(1 \leq r < n)$  台失效, 得到截尾失效数据  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_r$ , 它们可以看作来自 Weibull 分布大小为  $n$  的样本的前  $r$  个顺序统计量  $T_1 \leq T_2 \leq \dots \leq T_r$  的一个取值. 根据区间统计量的定义, 令  $t_{r+1} = t^*$  可以看作该样本的第  $r$  个区间统计量  $T_{r+1}$  的一个取值.

由  $y = \ln t$  可知,  $y$  是关于  $t$  单调递增的, 则有  $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_r$  可以看作来自极值分布大小为  $n$  的样本的前  $r$  个顺序统计量  $Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_r$  的一个取值. 若令

$$Y_i^0 = \frac{Y_i - \mu}{\sigma} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (5)$$

则  $Y^0$  遵循标准极值分布, 其分布函数  $F(Y^0)$  和概率密度函数  $f(y^0)$  不依赖于任何未知参数. 同理, 则  $Y_1^0 \leq Y_2^0 \leq \dots \leq Y_r^0$  为来自标准极值分布的样本大小为  $n$  的前  $r$  个顺序统计量, 其均值和协方差分别为

$$\begin{cases} E(Y_i^0) = \mu_i \\ \text{Cov}(Y_i^0, Y_j^0) = \nu_{ij} = E(Y_i^0, Y_j^0) - \mu_i \mu_j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (6)$$

式中  $\mu_i$  和  $E(Y_i^0, Y_j^0)$  可通过如下公式计算<sup>[12]</sup>:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} \int_{-\infty}^{\infty} y_i^0 f(y_i^0) \cdot \\ &\quad [F(y_i^0)]^{i-1} [1 - F(y_i^0)]^{n-i} dy_i^0 \\ &\quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} E(Y_i^0, Y_j^0) &= \frac{n!}{(i-1)!(j-i-1)!(n-j)!} \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y_i^0 y_j^0 f(y_i^0) f(y_j^0) \cdot \\ &\quad [F(y_j^0) - F(y_i^0)]^{j-i-1} \cdot \end{aligned}$$

$$[F(y_i^0)]^{i-1} [1 - F(y_j^0)]^{n-j} dy_i^0 dy_j^0 \quad (8)$$

令截尾时刻  $t^*$  之后第  $r+1$  个失效时刻为  $t_{r+1}$ , 则  $t_{r+1}$  对应来自标准极值分布的样本大小为  $n$  的第  $r+1$  个顺序统计量  $Y_{r+1}^0$ , 因此截尾时刻  $t^*$  对应的  $y^*$ ,  $y^*$  对应的  $(y^*)^0$  对应的同一样本的第  $r$  个区间统计量  $(Y_{r+1}^*)^0$ , 即  $Y_r^0 < (Y_{r+1}^*)^0 < Y_{r+1}^0$ . 由文献[13-14]可知, 来自标准极值分布的

样本大小为  $n$  的第  $r$  个区间统计量  $(Y_{r+1}^*)^0$  的均值  $\mu_{r+1}$  和方差  $\nu_{(r+1), (r+1)}$  与来自标准极值分布的样本大小为  $n+1$  的第  $r+1$  个顺序统计量的均值和方差相同, 其协方差  $\nu_{(r+1)i}$  与来自标准极值分布的样本大小为  $n+1$  的第  $r+1$  个顺序统计量与第  $i$  个顺序统计量的协方差相同, 公式如下:

$$\begin{cases} E((Y_{r+1}^*)^0) = \mu_{r+1} \\ \text{Var}((Y_{r+1}^*)^0) = \nu_{(r+1), (r+1)} \\ \text{Cov}((Y_{r+1}^*)^0, Y_i^0) = \nu_{(r+1)i} \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中计算得出的数值, 也可查表见文献[15].

令  $(y^*)^0 = y_{r+1}^0$ ,  $(Y_{r+1}^*)^0 = Y_{r+1}^0$  由式(5)可推导出

$$\begin{cases} Y_i = \mu + \sigma Y_i^0 \\ E(Y_i) = \mu + \sigma \mu_i \\ \text{Cov}(Y_i, Y_j) = \sigma \nu_{ij} \\ i, j = 1, 2, \dots, r+1 \end{cases} \quad (10)$$

根据高斯-马尔科夫定理, 残差平方和  $Q$  为

$$Q = \sum_{i,j=1}^{r+1} (y_i - \mu - \sigma \mu_i) \nu^{ij} (y_j - \mu - \sigma \mu_j) \quad (11)$$

分别对  $\mu$  和  $\sigma$  求导

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \sigma} = 0 \quad (12)$$

求解可得

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{1}{\Delta} \left[ \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \mu_i \mu_j \right) \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} y_i \right) - \right. \\ &\quad \left. \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \mu_i \right) \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \mu_j y_i \right) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \frac{1}{\Delta} \left[ \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \right) \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \mu_j y_i \right) - \right. \\ &\quad \left. \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \mu_i \right) \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} y_i \right) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$[\nu^{ij}]_{(r+1), (r+1)} = [\nu_{ij}]_{(r+1), (r+1)}^{-1} \quad (15)$$

$$\Delta = \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \right) \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \mu_i \mu_j \right) - \left( \sum_{i,j=1}^{r+1} \nu^{ij} \mu_i \right)^2 \quad (16)$$

### 2.3 离子推力器可靠性评估

由式(2)、式(13)、式(14)可得两参数 Weibull 分布的位置参数和形状参数分别为

$$\hat{\beta} = \exp(\hat{\mu}), \quad \hat{\alpha} = 1/\hat{\sigma} \quad (17)$$

因此, 离子推力器的平均寿命  $\bar{t}$  为

$$\bar{t} = \int_0^{+\infty} R(t) dt = \hat{\beta} \Gamma \left[ \frac{1}{\hat{\alpha}} + 1 \right] \quad (18)$$

式中  $\Gamma \left[ \frac{1}{\hat{\alpha}} + 1 \right]$  为  $\Gamma$  分布, 可以参见文献[16].

对式(1)中的 Weibull 分布进行如下变换:

$$z = t^a, \quad \theta = \beta^a \quad (19)$$

则 Weibull 分布转化为指数分布,即  $z = t^a$  服从指数分布

$$F(z) = 1 - \exp\left[-\frac{z}{\theta}\right] \quad (20)$$

因此,根据指数分布置信水平为  $\gamma$  的可靠寿命单侧置信下限公式可知<sup>[17]</sup>,对于 Weibull 分布随机变量  $t$ ,其给定可靠度  $R$  的可靠寿命  $t_R$  置信水平为  $\gamma$  的单侧置信下限为

$$t_{R_1} = \left[ -\frac{2 \ln R}{\chi^2_{1-\gamma}(2r+2)} \sum_{i=1}^n t_i^a \right]^{1/a} \quad (21)$$

同理,给定寿命  $t$  的可靠度  $R(t)$  置信水平为  $\gamma$  的单侧置信下限为

$$R_1(t) = \exp\left[ -\frac{t^a \chi^2_{1-\gamma}(2r+2)}{2 \sum_{i=1}^n t_i^a} \right] \quad (22)$$

其中  $\chi^2_{1-\gamma}(2r+2)$  为自由度为  $2r+2$  的  $\chi^2$  分布的  $1-\gamma$  的上侧分位点。

### 3 工程实例

美国 NASA 研制的型号为 XIPS-13 的离子推力器推进系统主要用于 HS-601HP 通信卫星平台,为了验证该型号离子推力器的寿命是否能够以适当裕度来满足完成通信卫星任务的能力, NASA 选取两台 XIPS-13 离子推力器进行寿命地面验证试验。

XIPS-13 离子推力器的额定性能参数为推力  $18 \text{ m} \cdot \text{N}$ ,比冲为  $2568 \text{ s}$ ,功率为  $0.5 \text{ kW}$ ,试验方法采用开关机循环的方法,工作  $5 \text{ h}$ ,关机  $1 \text{ h}$  作为一个循环。通信卫星对 XIPS-13 离子推力器的寿命需求约为  $10000 \text{ h}$ ,考虑 2 倍安全裕度后,地面寿命试验验证目标为  $21000 \text{ h}$ 。XIPS-13 离子推力器地面寿命验证试验结果<sup>[18]</sup>如表 1。

表 1 XIPS-13 离子推力器地面寿命验证试验结果  
Table 1 Ground life validation results of XIPS-13

| XIPS-13<br>离子推力器 | 持续累积<br>时间/h | 是否<br>失效 | 失效<br>原因 |
|------------------|--------------|----------|----------|
| 1                | 16146        | 是        | 电子返流     |
| 2                | >21058       | 否        |          |

由文中第 2.2 节的方法得出变换后的极值分布的参数估计值为

$$\hat{\mu} = 10.1055, \quad \hat{\sigma} = 0.327548$$

代入式(17)得到 Weibull 分布的位置参数和形状参数估计值为

$$\begin{cases} \hat{\beta} = \exp(\hat{\mu}) = 24477.33 \\ \hat{\alpha} = 1/\hat{\sigma} = 3.052987 \end{cases}$$

由式(18)求得 XIPS-13 离子推力器的平均寿命为

$$\bar{t} = \hat{\beta} \Gamma\left[\frac{1}{\hat{\alpha}} + 1\right] = 21872.95 \text{ h}$$

因此,XIPS-13 离子推力器的平均寿命满足地面寿命试验验证目标  $21000 \text{ h}$ 。对于 XIPS-13 离子推力器的寿命需求  $t = 10000 \text{ h}$  在置信水平为  $\gamma = 0.6$  的可靠度  $R(t)$  单侧置信下限由式(22)计算出

$$R_1(10000) = \exp\left[ -\frac{t^a \chi^2_{1-\gamma}(2r+2)}{2 \sum_{i=1}^n t_i^a} \right] = 0.87$$

假设 XIPS-13 离子推力器在置信水平  $\gamma = 0.6$  下可靠度要求  $R = 0.9$ ,则其寿命单侧置信下限可由公式(21)计算出

$$t_{R_1} = \left[ -\frac{2 \ln R}{\chi^2_{1-\gamma}(2r+2)} \sum_{i=1}^n t_i^a \right]^{1/a} = 9024.6 \text{ h}$$

### 4 结 论

1) 由于离子推力器试验成本高,长寿命的特点,针对只有两台推力器进行试验只有一个失效样本数据的情况建立了离子推力器极少失效数据的可靠性评估方法,解决了只有一个失效数据无法估计其寿命分布分散性这一难题。

2) 在区间统计量理论的基础上,充分利用从一个失效数据继续试验到没有发生产品失效这一重要试验信息,扩大了信息量,提高了离子推力器可靠性评估精度。

3) 最后分别给出了离子推力器给定寿命可靠度和给定可靠度寿命的单侧置信下限,为以后评定离子推力器的可靠度和寿命是否达标提供了依据。

### 参考文献:

- [1] Jonathan L, Noord V. Lifetime assessment of the NEXT ion thruster[R]. AIAA-2007-5274, 2007.
- [2] Sengupta A, Brophy J R, Goodfellow K D. An overview of the results from the 30 000 Hr life test of deep space1 flight spare ion engine[R]. AIAA-2004-3608, 2008.
- [3] 张天平, 田华兵, 陈娟娟. LIPS-200 离子推力器寿命地面试验方案研究[J]. 航天器工程, 2012, 21(4): 111-116.

- ZHANG Tianping, TIAN Huabing, CHEN Juanjuan. A study of LIPS-200 ion thruster life test on ground[J]. Spacecraft Engineering, 2012, 21(4): 111-116. (in Chinese)
- [4] Brophy J R, Polk J E. Ion engine service life validation by analysis and testing[R]. AIAA 1996-2715, 1996.
- [5] Anedrson J R, Polk J E, Brophy J R. Service life assessment for ion engines[R]. IEPC-1997-049, 1997.
- [6] GUO Ning, JIANG Haocheng, GU Zuo. Lifetime forecast of hollow cathode for ion engine[J]. Vacuum, 2009, 46(4): 83-85.
- [7] Sarver-Verhey T R. Continuing life test of xenon hollow cathode for a space plasma contactor[R]. AIAA 94-3312, 1994.
- [8] Daniel A H, Soulas G C, Jonathan L. NASA's evolutionary xenon thruster long-duration test results[J]. Journal of Propulsion and Power, 2012, 28(3): 625-635.
- [9] John W D, Brophy J R, Polk J E. Lifetime qualification standard for electric thrusters [R]. AIAA-2009-5095, 2009.
- [10] Brophy J R, Polk J E, Randolph T M. Lifetime qualification of electric thrusters for deep-space missions[R]. AIAA-2008-5184, 2008.
- [11] Patterson M J, Dmonkos M T. Recent development activities in hollow cathode technology[R]. IEPC-2001-270, 2001.
- [12] 傅惠民. 区间统计量及其分布[J]. 机械强度, 2005, 27(6): 752-757.
- FU Huimin. Interval statistic and its distribution[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(6): 752-754. (in Chinese)
- [13] 傅惠民, 岳晓蕊. 定时截尾数据最佳线性无偏估计方法[J]. 机械强度, 2009, 31(6): 905-909.
- FU Huimin, YUE Xiaorui. Best linear unbiased estimate method for type-I censored data[J]. Journal of Mechanical Strength, 2009, 31(6): 905-909. (in Chinese)
- [14] Budiansky B, Fleck N A. Compressive failure of fibre composites[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1993, 41(1): 183-211.
- [15] Balakrishnan N, Chan P S. Order statistics from extreme value distribution: I table of means, variances and covariances[J]. Commun Statist-Simula, 1992, 21(4): 1199-1217.
- [16] 陈凯, 陆淑兰, 李凤玲. 可靠性数学及其应用[M]. 吉林: 吉林教育出版社, 1987.
- [17] 毛晓芳, 岳晓蕊, 傅惠民. 通信卫星推力器可靠性评估方法[J]. 航空动力学报, 2011, 26(11): 2475-2479.
- MAO Xiaofang, YUE Xiaorui, FU Huimin. Reliability evaluation of communication satellite thruster[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11): 2475-2479. (in Chinese)
- [18] Kueiru C, Hart S L. L-3 communications ETI electric propulsion overview[R]. IEPC-2005-315, 2005.

(编辑: 叶 青)